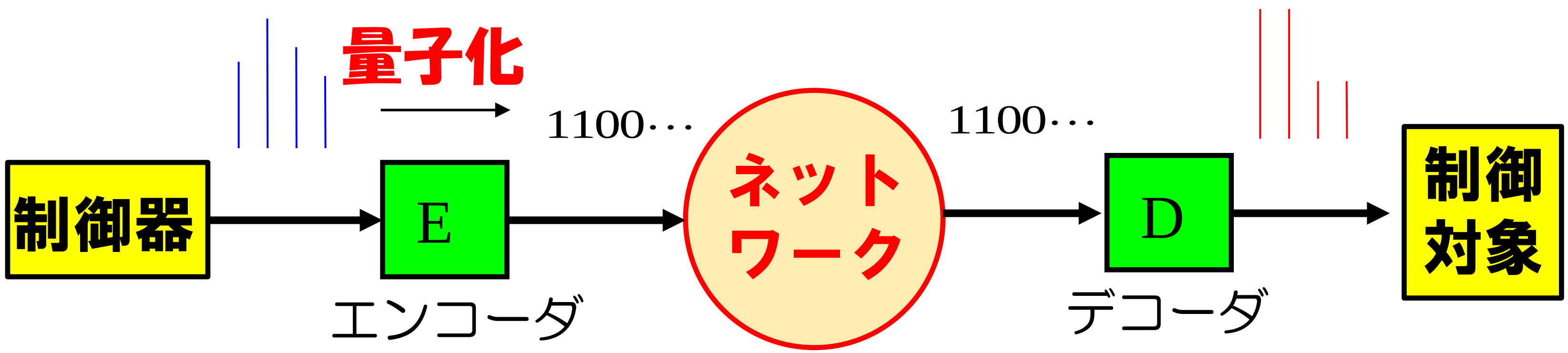
通信容量制約下における動的量子化器の統合設計

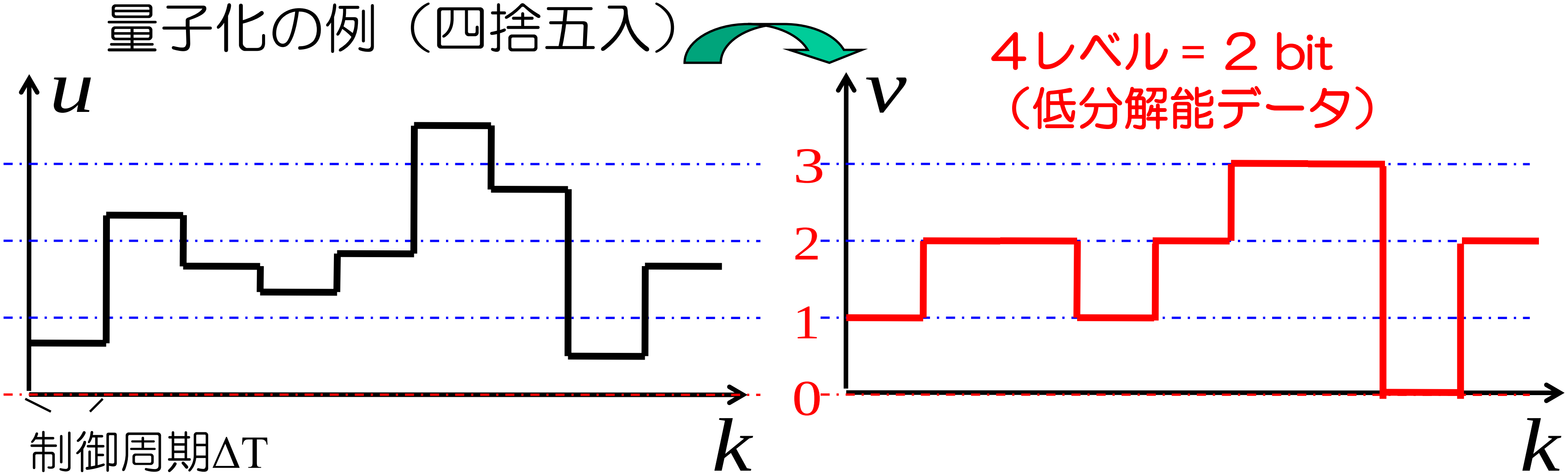
○岡島　寛　（熊本大学）
澤田　賢治　（電気通信大学）
松永　信智　（熊本大学）

はじめに

ネットワークを介した制御 ⇒ 量子化によるデータ圧縮



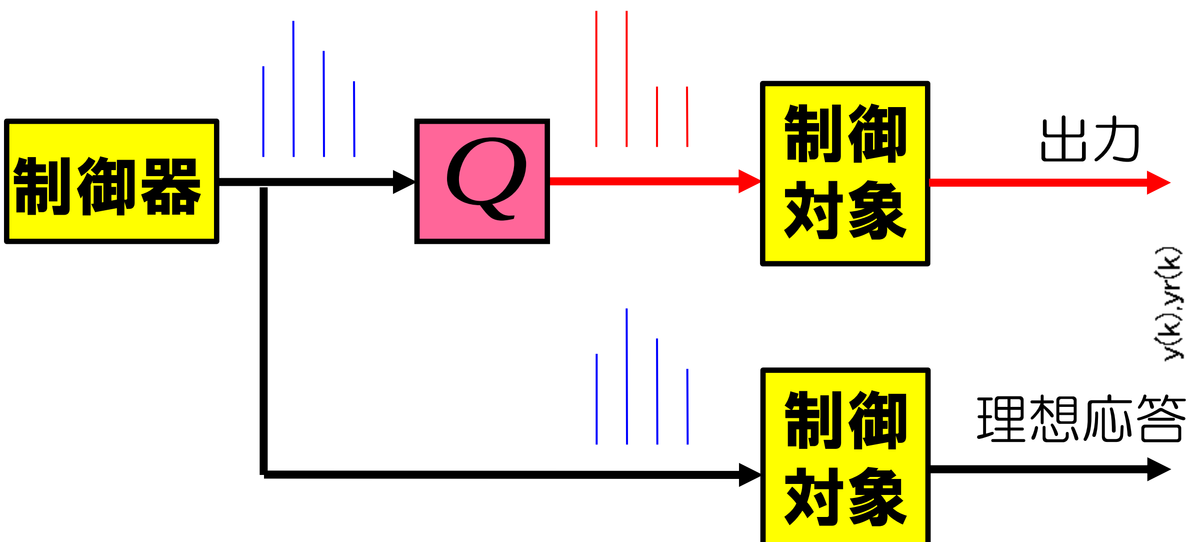
量子化の例（四捨五入）

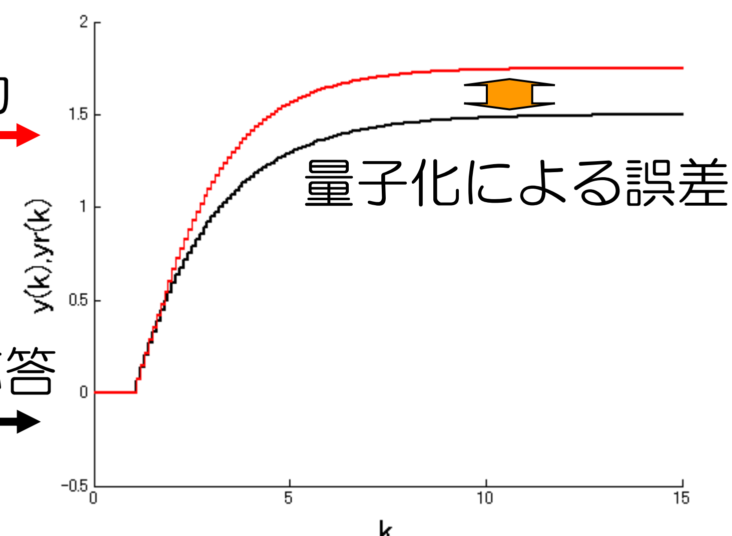


はじめに

通信速度が有限…

量子化に起因する誤差が問題となる
（制御性能の劣化）

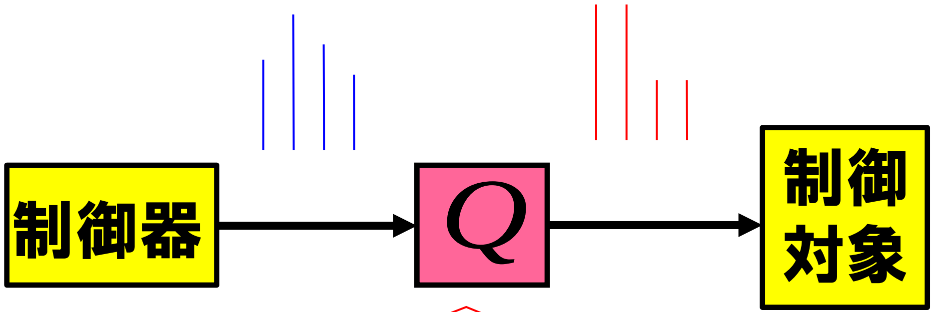




圧縮量を保ちつつ

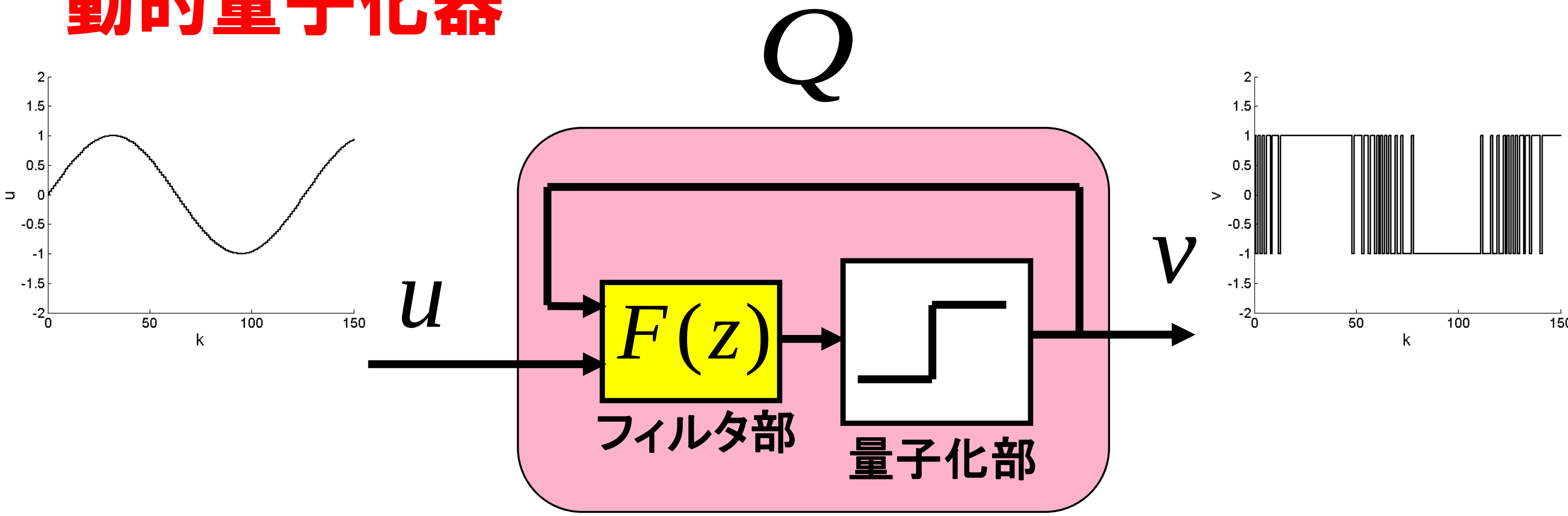
→ 量子化の工夫により誤差の削減が必要

はじめに



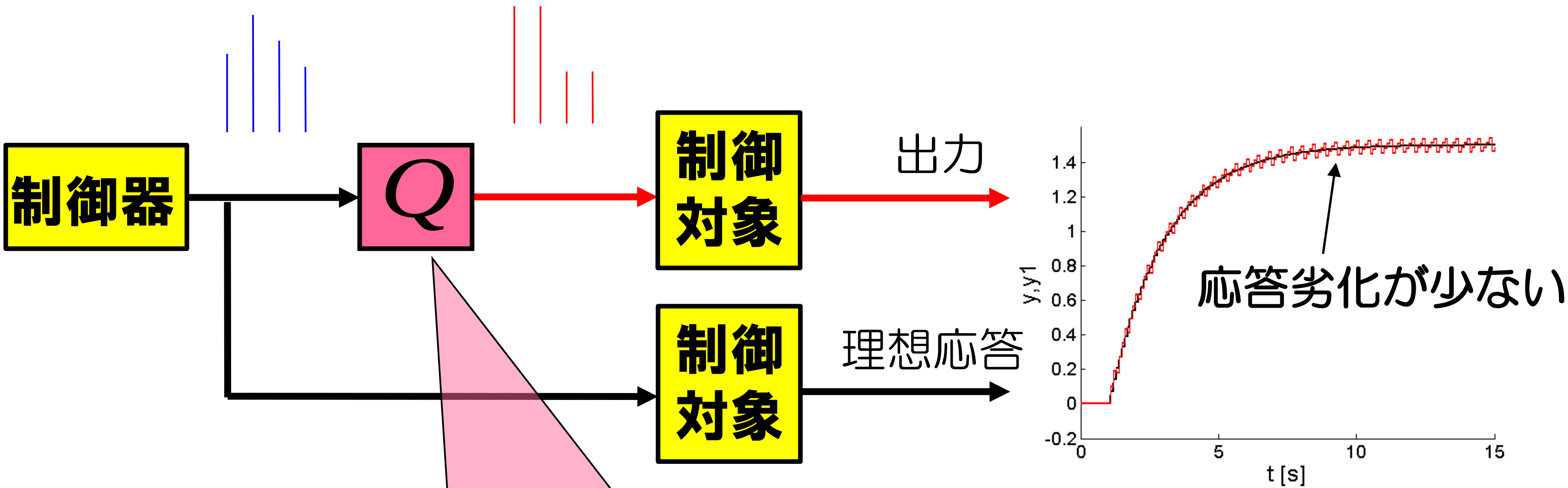
量子化に起因する**誤差**が問題となる
（制御性能の劣化）

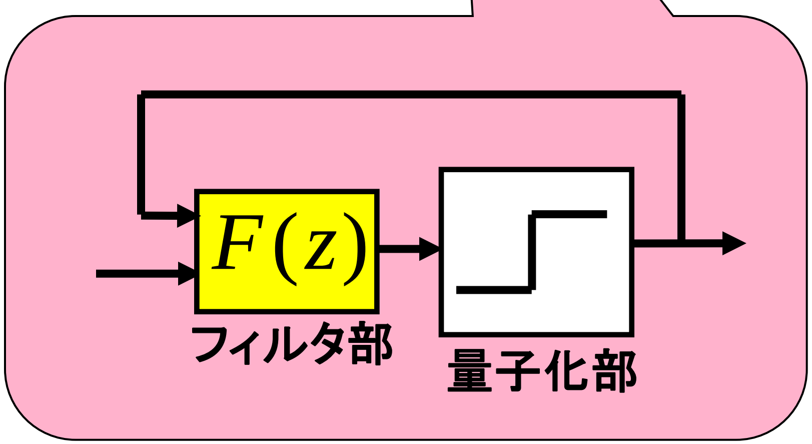
動的量子化器



フィルタ部，量子化部を含む量子化器の構成

動的量子化器

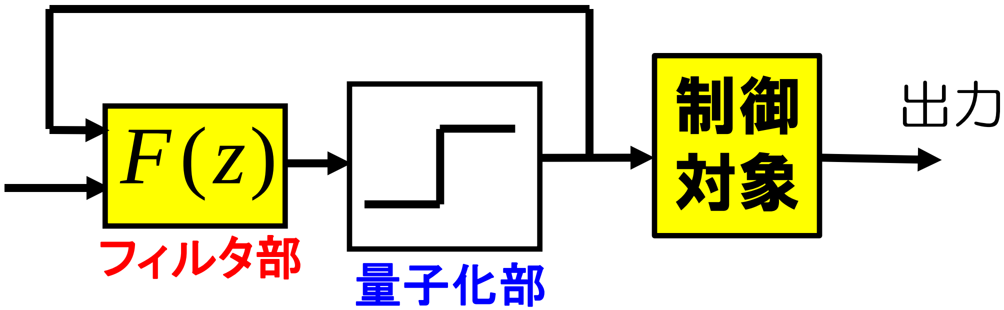




どんなフィルタが良いかは
制御対象により異なる

様々な場合での設計法が
提案されている

従来研究



フィルタ設計 （誤差∞ノルム評価による最適設計，量子化幅ｄを固定）

最小位相系 東ら, ISCIE論文集2007.3, S.Azuma et. al. Automatica 2008.2

フィードバック系 南ら, SICE論文集2007.3

入力むだ時間系 岡島ら, SICE論文集2010.3（掲載予定）

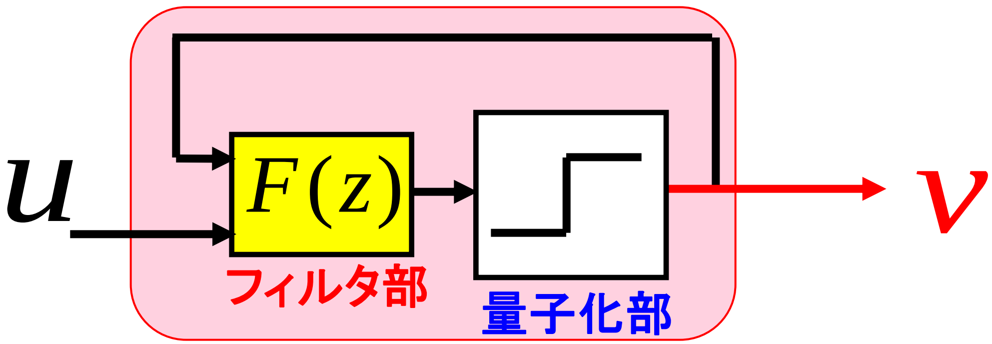
非最小位相系 東ら， SICE論文集2007.12,
澤田ら（LMIベース）自動制御連合講演会2009

量子化幅設計

従来考えられていない （通信量＝レベル数を考慮して
設計することが必要）

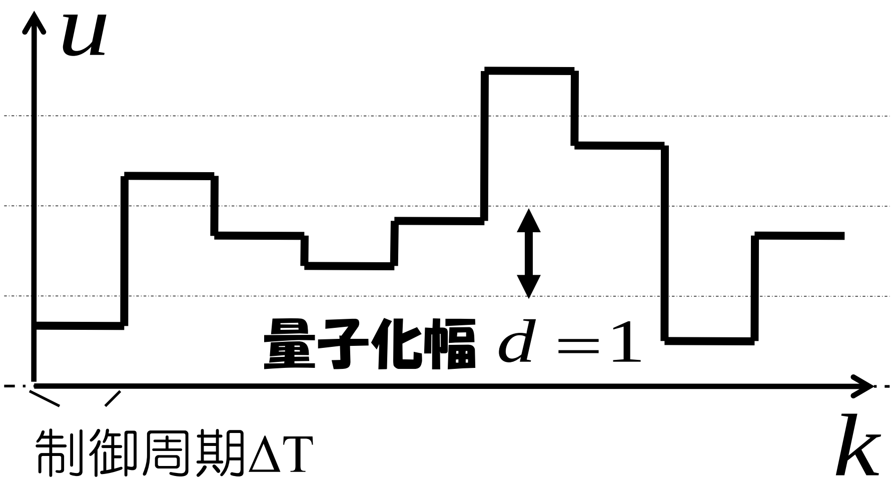
量子化幅と通信制約

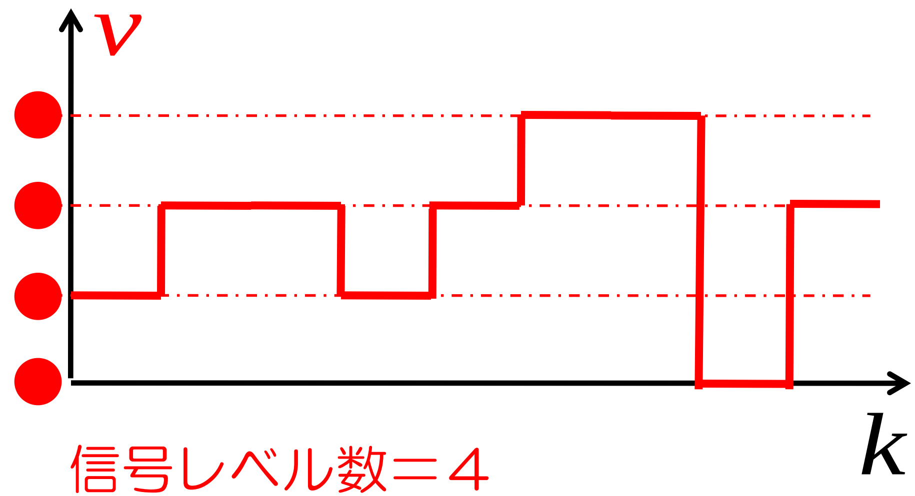
量子化器出力 v が取ってよい信号レベル数は通信容量から決まる



例

通信速度 = 2 bit/sampling
⇒ 信号レベルは $2^2 = 4$ まで許される





- 量子化に起因する**誤差の抑制** ⇒ 量子化幅dを小さくしたい
- 量子化幅dを小さくしすぎると**レベル数の制約**を満たさない

量子化幅解析（第38回制御理論シンポジウム）

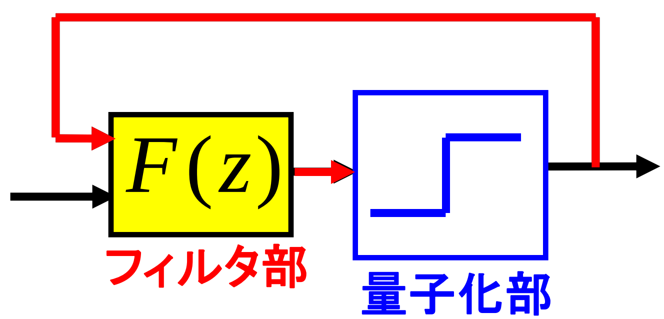
- 量子化に起因する**誤差の抑制** ⇒ 量子化幅dを小さくしたい
- 量子化幅dを小さくしすぎると**レベル数の制約**を満たさない

動的量子化器について

信号レベル数と量子化幅との関係を解析

第３８回制御理論シンポジウムにて発表

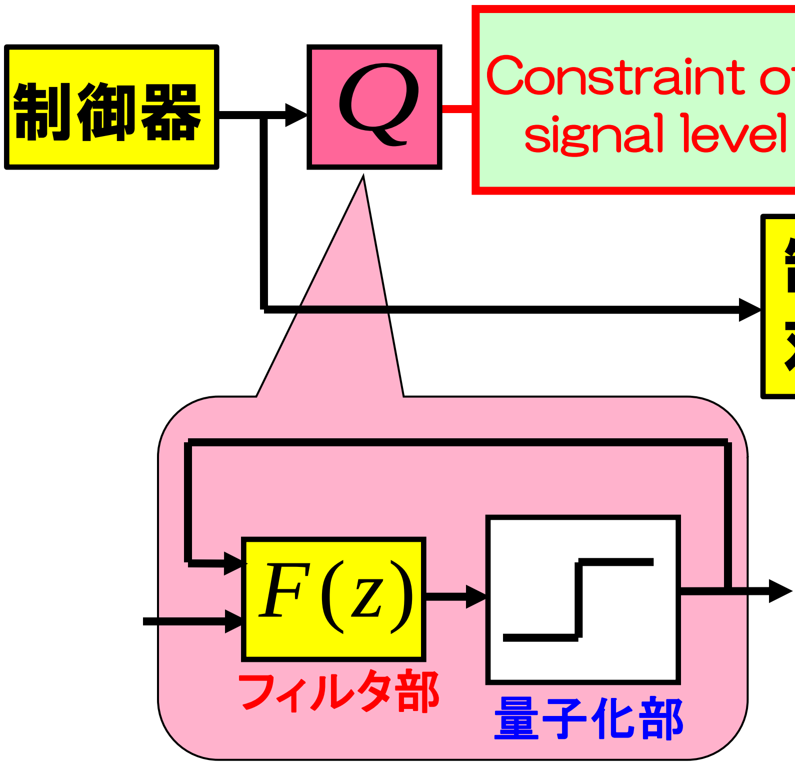
フィルタを既知とし,
通信制約を満たす**最小量子化幅**の
導出方法を提案した
（LMI最適化に基づく手法）

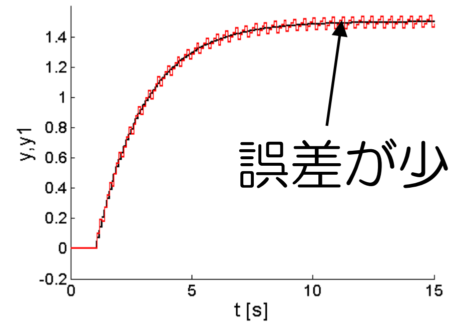


結論 通信制約を満たす**量子化幅**は**フィルタ特性にも依存**する

本研究の目的

①通信容量制約（信号レベル数）を陽に考慮した設計





フィルタ設計（誤差∞ノルム評価による最適設計）
量子化幅設計 第３８回制御理論シンポジウムにて発表
②統合設計

発表の流れ

はじめに，研究目的

問題設定

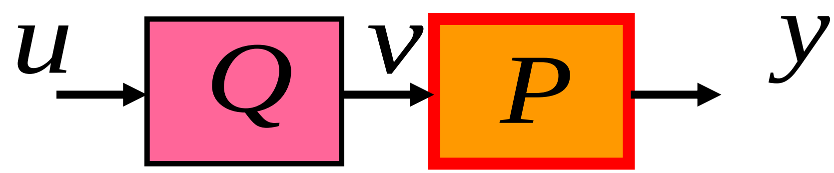
統合設計問題の定式化

設計アルゴリズム

数値例

問題設定

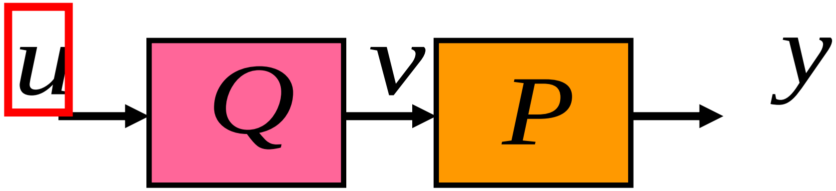
制御対象 (SISO)



$$P \begin{cases} x(k+1) = \mathrm{A}_p\, x(k) + \mathrm{B}_p\, v(k) \\ y(k) = C_p x(k) \end{cases}$$

P：安定

問題設定



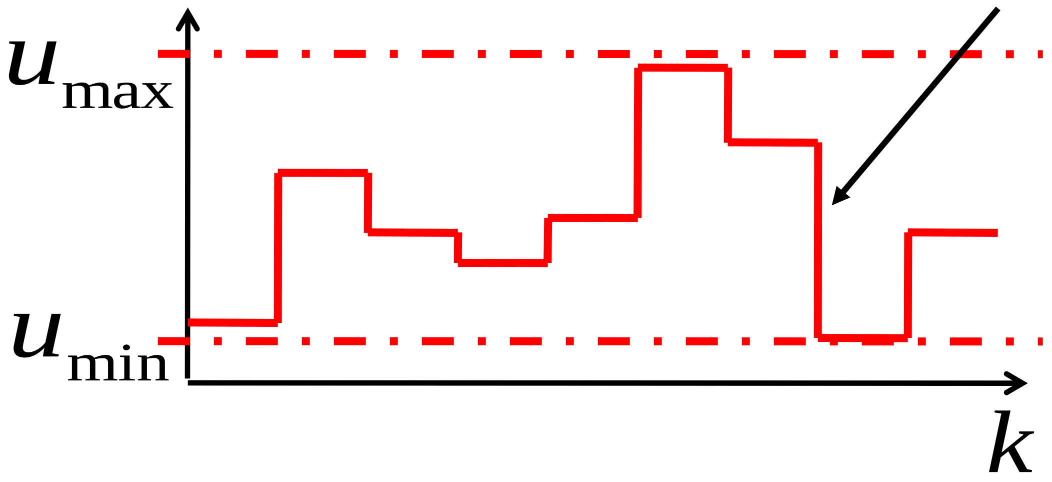
入力（指令入力）

⇩

レンジ制約を満たす任意の信号列

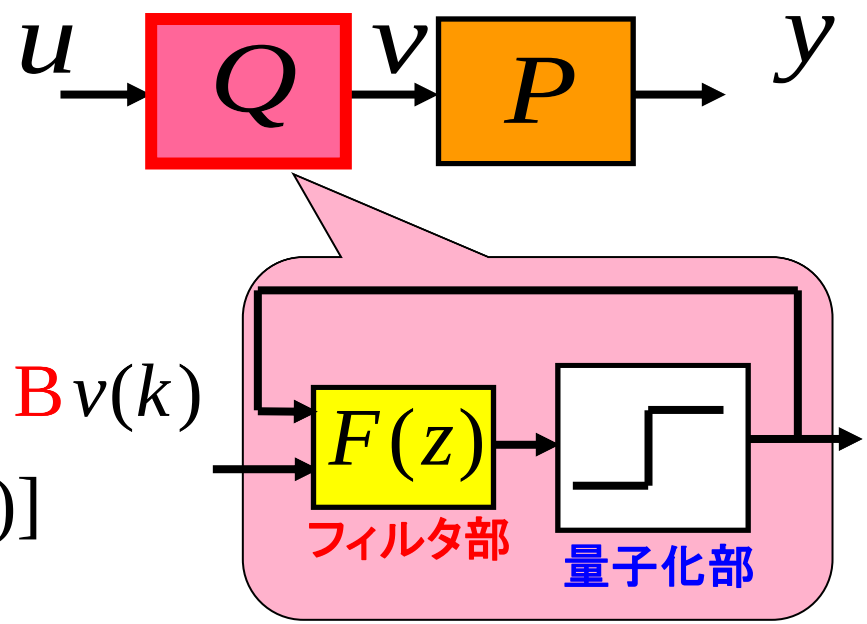
信号レンジ $U = (u_{\min}, u_{\max})$

$u(k) \in U$



問題設定

動的量子化器

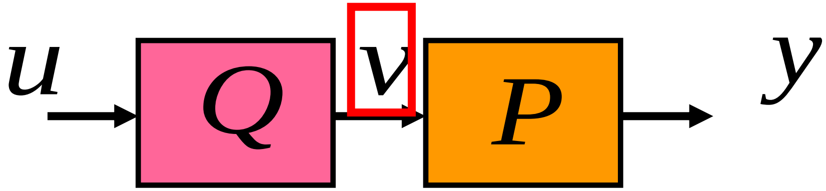


$$Q\begin{cases}\xi(k+1)=\mathrm{A}\,\xi(k)-\mathrm{B}\,u(k)+\mathrm{B}\,v(k)\\ v(k)\quad=Q_{stat}[\mathrm{C}\,\xi(k)+u(k)]\end{cases}$$

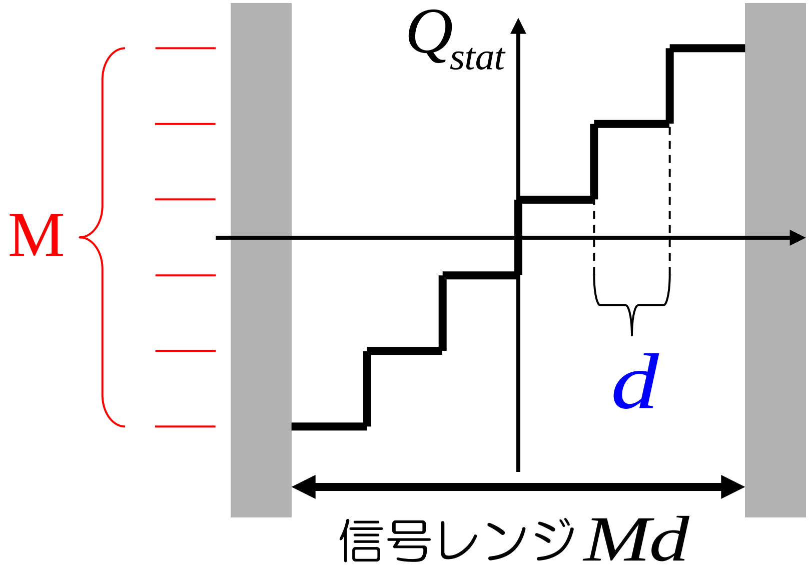
・動的量子化器の**フィルタ部** $\{\mathrm{A},\mathrm{B},\mathrm{C}\}$ および Q_{stat} の**量子化幅** d が設計変数

従来と異なる問題設定

問題設定

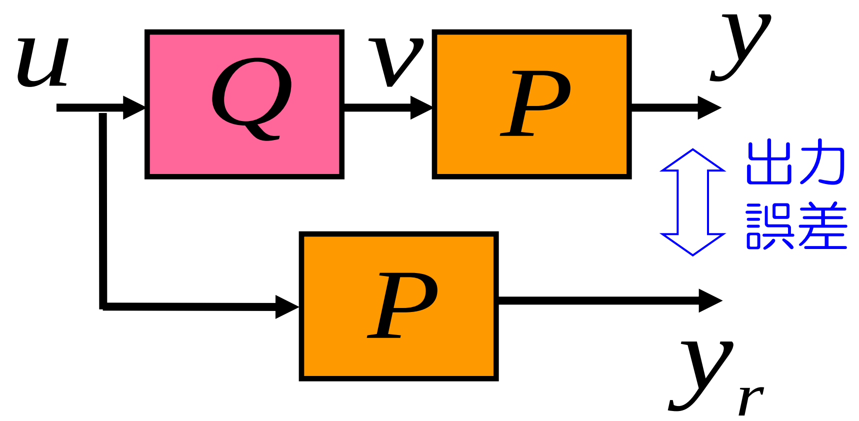


v が取ってよい**信号レベル数M**は通信速度から与えられる



問題設定

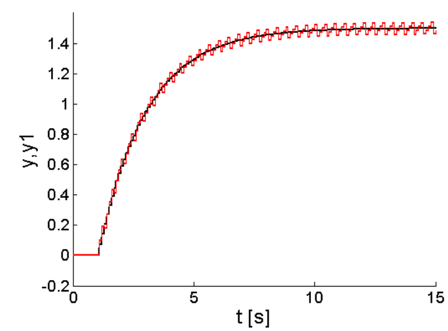
制御性能の評価



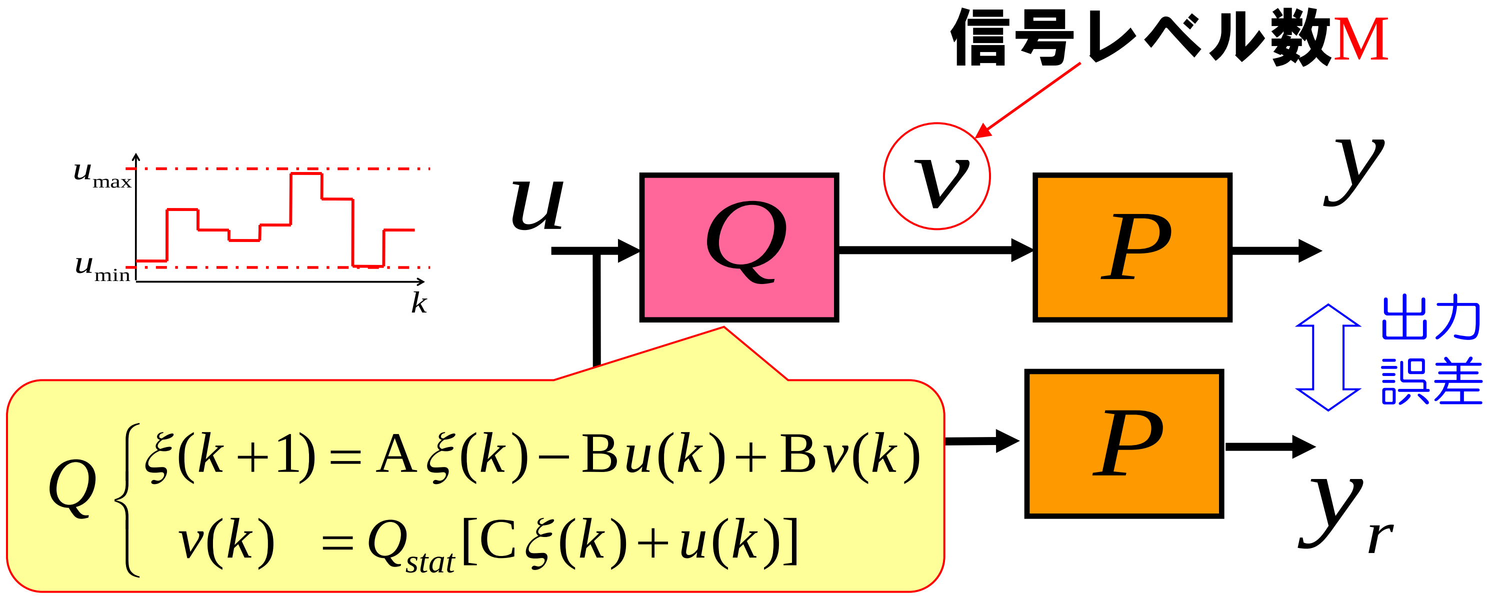
理想出力 y_r と出力 y との差を性能の評価に用いる

評価関数

$$E(Q) = \max_{u} \| y - y_r \|$$



問題設定



Q のパラメータ $\{A, B, C, d\}$ の設計問題

任意に与えられた $u(k) \in (u_{\min}, u_{\max})$ **に対し，信号レベル数がM以下となり，かつ以下の評価関数** $E(Q)$ **を最小とする** $\{A, B, C, d\}$ **を求めよ**

$$E(Q) = \max_{u} \| y - y_r \|$$

発表の流れ

はじめに，研究目的

問題設定

統合設計問題の定式化
（量子化幅設計，フィルタ設計）

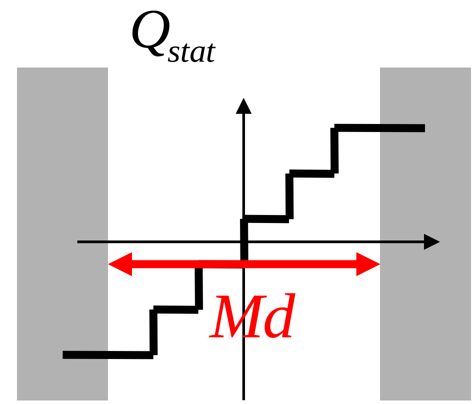
設計アルゴリズム

数値例

量子化幅の設計（第38回理論シンポジウム）

信号レベル数がM以下となる最小の量子化幅

$$Q\begin{cases}\xi(k+1)=A\xi(k)-Bu(k)+Bv(k)\\ v(k)=Q_{stat}[\boxed{C\xi(k)+u(k)}]\end{cases}$$



$C\xi+u$のレンジがMdより小さくなるよう設定

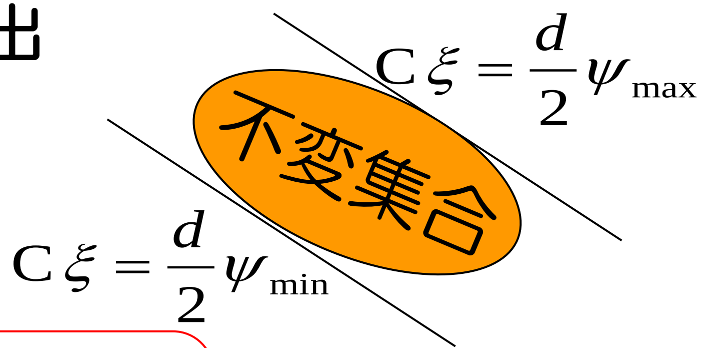
⇩

$C\xi$ のレンジが見積もれれば最小の量子化幅d_{opt}を決定できる

不変集合解析に基づく信号レンジの導出

$$\psi_{\max}^{opt}=\min_{X>0,\beta}\psi_{\max}$$

subject to （次スライドで示す不等式制約）



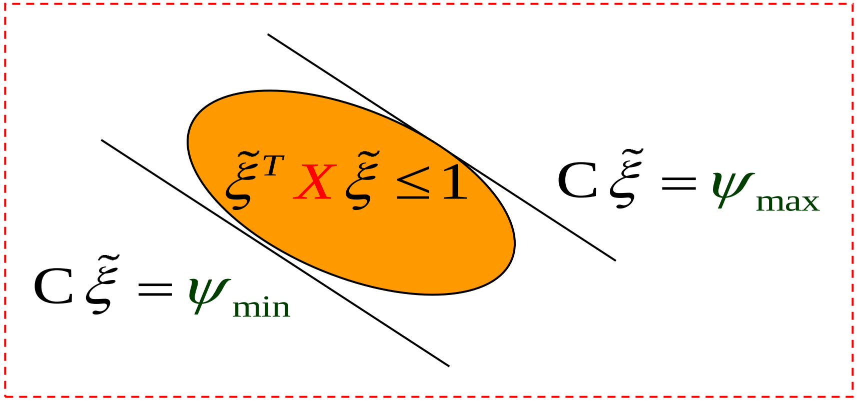
最小量子化幅： $d_{opt}=\dfrac{(u_{\max}-u_{\min})}{M-\psi_{\max}^{opt}}$

ＬＭＩ最適化問題（β固定）

$$\psi_{\max}^{opt} = \min_{X>0,\beta} \psi_{\max}$$

subject to

$$-\begin{bmatrix} X & C^T \\ C & \psi_{\max}^2 \end{bmatrix} \le 0$$



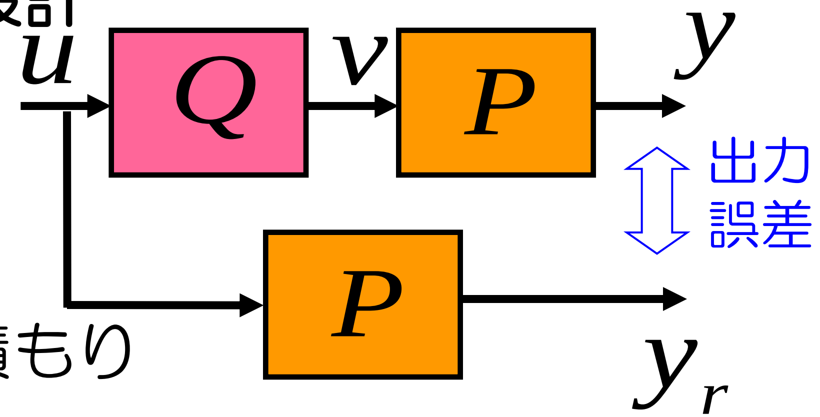
$$\begin{bmatrix} (A+BC)^T X (A+BC) - (1-\beta) X & (A+BC)^T X B \\ B^T X (A+BC) & B^T X B - \beta I \end{bmatrix} \le 0$$

$$\beta \in [0, 1-\rho(A+BC)^2]$$

A, B, C は動的量子化器のパラメータ

フィルタの設計

不変集合解析を利用したフィルタ設計
（澤田ら，２００９自動制御連合講演会）



$$E(Q)=\max_{u}\|y-y_r\|\le\gamma\frac{d}{2}$$

パラメータγによる誤差信号の見積もり

γを最小とするフィルタ$\{\mathrm{A},\mathrm{B},\mathrm{C}\}$の設計問題

$$\gamma^{opt}=\min_{\mathrm{A},\mathrm{B},\mathrm{C},P>0,\alpha}\gamma$$

subject to

$$-\begin{bmatrix} P & \bar{\mathrm{C}}^T \\ \bar{\mathrm{C}} & \gamma^2 \end{bmatrix}\le 0,\quad \begin{bmatrix} \bar{\mathrm{A}}^T P\bar{\mathrm{A}}-(1-\alpha)P & \bar{\mathrm{A}}^T P\bar{\mathrm{B}} \\ \bar{\mathrm{B}}^T P\bar{\mathrm{A}} & \bar{\mathrm{B}}^T P\bar{\mathrm{B}}-\alpha I \end{bmatrix}\le 0$$

$$\alpha\in[0,1-\rho(\bar{\mathrm{A}})^2]$$

$$\bar{\mathrm{A}}=\begin{bmatrix} A_p & B_p\mathrm{C} \\ 0 & \mathrm{A}+\mathrm{BC} \end{bmatrix},\quad \bar{\mathrm{B}}=\begin{bmatrix} B_p \\ \mathrm{B} \end{bmatrix},\quad \bar{\mathrm{C}}=\begin{bmatrix} C_p & 0 \end{bmatrix}$$

統合設計問題(主結果)

Γを最小とする動的量子化器 $\{\mathrm{A},\mathrm{B},\mathrm{C},d\}$ の設計問題

$$\Gamma^{opt} = \min_{\mathrm{A},\mathrm{B},\mathrm{C},P>0,\alpha} \Gamma$$

誤差評価 $E(Q) \le \Gamma := \gamma \dfrac{d}{2}$

subject to

$$-\begin{bmatrix} P & \bar{\mathrm{C}}^T \\ \bar{\mathrm{C}} & \gamma^2 \end{bmatrix} \le 0, \quad \begin{bmatrix} \bar{\mathrm{A}}^T P \bar{\mathrm{A}} - (1-\alpha) P & \bar{\mathrm{A}}^T P \bar{\mathrm{B}} \\ \bar{\mathrm{B}}^T P \bar{\mathrm{A}} & \bar{\mathrm{B}}^T P \bar{\mathrm{B}} - \alpha I \end{bmatrix} \le 0$$

$$\alpha \in [0, 1 - \rho(\bar{\mathrm{A}})^2]$$

$$\bar{\mathrm{A}} = \begin{bmatrix} A_p & B_p \mathrm{C} \\ 0 & \mathrm{A}+\mathrm{BC} \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathrm{B}} = \begin{bmatrix} B_p \\ \mathrm{B} \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathrm{C}} = \begin{bmatrix} C_p & 0 \end{bmatrix}$$

量子化幅に関する制約条件

$$-\begin{bmatrix} X & \mathrm{C}^T \\ \mathrm{C} & \psi^2_{\max} \end{bmatrix} \le 0, \begin{bmatrix} (\mathrm{A}+\mathrm{BC})^T X (\mathrm{A}+\mathrm{BC}) - (1-\beta) X & (\mathrm{A}+\mathrm{BC})^T X \mathrm{B} \\ \mathrm{B}^T X (\mathrm{A}+\mathrm{BC}) & \mathrm{B}^T X \mathrm{B} - \beta I \end{bmatrix} \le 0$$

$$\beta \in [0, 1 - \rho(\mathrm{A}+\mathrm{BC})^2]$$

統合設計問題(主結果)

Γを最小とする動的量子化器 $\{\mathrm{A},\mathrm{B},\mathrm{C},d\}$ の設計問題

$$\Gamma^{opt} = \min_{\mathrm{A},\mathrm{B},\mathrm{C},X,P>0,\alpha} \Gamma$$

誤差評価 $E(Q) \le \Gamma := \gamma \dfrac{u_{\max} - u_{\min}}{2(M - \psi_{\max})}$

subject to

$$-\begin{bmatrix} P & \bar{\mathrm{C}}^T \\ \bar{\mathrm{C}} & \gamma^2 \end{bmatrix} \le 0, \quad \begin{bmatrix} \bar{\mathrm{A}}^T P \bar{\mathrm{A}} - (1-\alpha)P & \bar{\mathrm{A}}^T P \bar{\mathrm{B}} \\ \bar{\mathrm{B}}^T P \bar{\mathrm{A}} & \bar{\mathrm{B}}^T P \bar{\mathrm{B}} - \alpha I \end{bmatrix} \le 0$$

$$\alpha \in [0, 1-\rho(\bar{\mathrm{A}})^2]$$

$$\bar{\mathrm{A}} = \begin{bmatrix} A_p & B_p \mathrm{C} \\ 0 & \mathrm{A}+\mathrm{BC} \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathrm{B}} = \begin{bmatrix} B_p \\ \mathrm{B} \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathrm{C}} = \begin{bmatrix} C_p & 0 \end{bmatrix}$$

量子化幅に関する制約条件

$$-\begin{bmatrix} X & \mathrm{C}^T \\ \mathrm{C} & \psi^2_{\max} \end{bmatrix} \le 0, \begin{bmatrix} (\mathrm{A}+\mathrm{BC})^T X (\mathrm{A}+\mathrm{BC}) - (1-\beta)X & (\mathrm{A}+\mathrm{BC})^T X \mathrm{B} \\ \mathrm{B}^T X (\mathrm{A}+\mathrm{BC}) & \mathrm{B}^T X \mathrm{B} - \beta I \end{bmatrix} \le 0$$

$$\beta \in [0, 1-\rho(\mathrm{A}+\mathrm{BC})^2]$$

最小量子化幅： $d = \dfrac{(u_{\max} - u_{\min})}{M - \psi_{\max}}$

発表の流れ

- はじめに，研究目的
- 問題設定
- 統合設計問題の定式化
- 設計アルゴリズム
- 数値例

設計における難点

Γを最小とする動的量子化器 $\{A,B,C,d\}$ の設計問題

$$\Gamma^{opt} = \min_{A,B,C,X,P>0,\alpha} \Gamma$$

誤差評価 $E(Q) \le \Gamma := \gamma \dfrac{u_{\max} - u_{\min}}{2(M - \psi_{\max})}$

subject to

②評価関数が非線形

$$-\begin{bmatrix} P & \bar{C}^T \\ \bar{C} & \gamma^2 \end{bmatrix} \le 0, \quad \begin{bmatrix} \bar{A}^T P \bar{A} - (1-\alpha)P & \bar{A}^T P \bar{B} \\ \bar{B}^T P \bar{A} & \bar{B}^T P \bar{B} - \alpha I \end{bmatrix} \le 0$$

$$\alpha \in [0, 1-\rho(\bar{A})^2]$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A_p & B_p C \\ 0 & A+BC \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} B_p \\ B \end{bmatrix}, \quad \bar{C} = \begin{bmatrix} C_p & 0 \end{bmatrix}$$

①不等式制約中の変数積

量子化幅に関する制約条件

$$-\begin{bmatrix} X & C^T \\ C & \psi^2_{\max} \end{bmatrix} \le 0, \begin{bmatrix} (A+BC)^T X (A+BC) - (1-\beta)X & (A+BC)^T X B \\ B^T X (A+BC) & B^T X B - \beta I \end{bmatrix} \le 0$$

$$\beta \in [0, 1-\rho(A+BC)^2]$$

解決策

①不等式制約中の変数積

$$\begin{bmatrix} (A+BC)^T X (A+BC) - (1-\beta) X & (A+BC)^T X B \\ B^T X (A+BC) & B^T X B - \beta I \end{bmatrix} \le 0$$

解決策

イタレーションにより逐次的に
A, B, Cおよび X, P を更新

②評価関数が非線形

$$\Gamma = \gamma \frac{u_{max} - u_{min}}{2(M - \psi_{max})}$$

解決策

$J = a\gamma^2 + b\psi_{max}^2$ を評価関数として設定
係数 a, b は，Γ の線形一次近似と等しくなるよう設定（逐次的更新）

統合設計アルゴリズム

統合設計アルゴリズムの概要

①初期量子化器$\{\mathrm{A}_0, \mathrm{B}_0, \mathrm{C}_0, d_0\}$を与える
さらに, X_0, P_0を求める

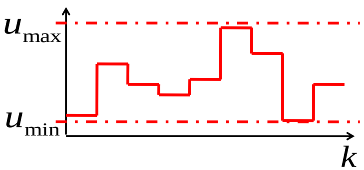
② X_k, P_k を固定して$\{\mathrm{A}_{k+1}, \mathrm{B}_{k+1}, \mathrm{C}_{k+1}, d_{k+1}\}$を求める
ただし，統合設計問題における評価関数を
$J_k = a_k \gamma^2 + b_k \psi_{\max}^2$ とする

③ $\{\mathrm{A}_{k+1}, \mathrm{B}_{k+1}, \mathrm{C}_{k+1}, d_{k+1}\}$を固定して$X_{k+1}, P_{k+1}$を求める

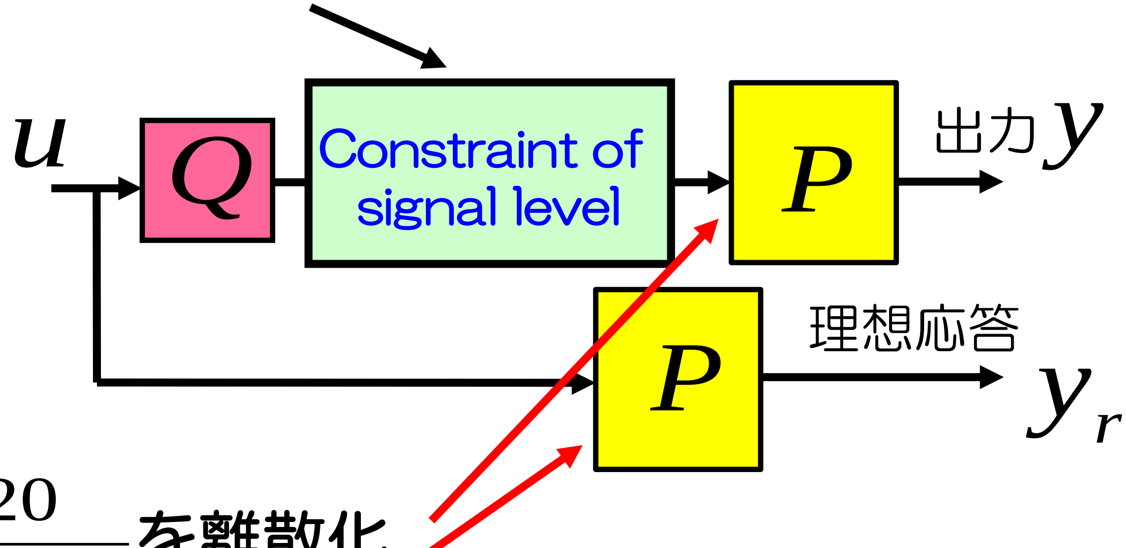
④ Γ_k, Γ_{k+1}を比較し，比がある値以上なら②に戻る
比が１に収束すれば終了

数値例

M=2（１サンプリングあたり１ビットしか伝送できない通信路）



$u(k) \in (-1,1)$



$$P(s)=\frac{s+20}{s^2+3s+2}$$ を離散化

東らの手法（d固定での最適フィルタ設計）：

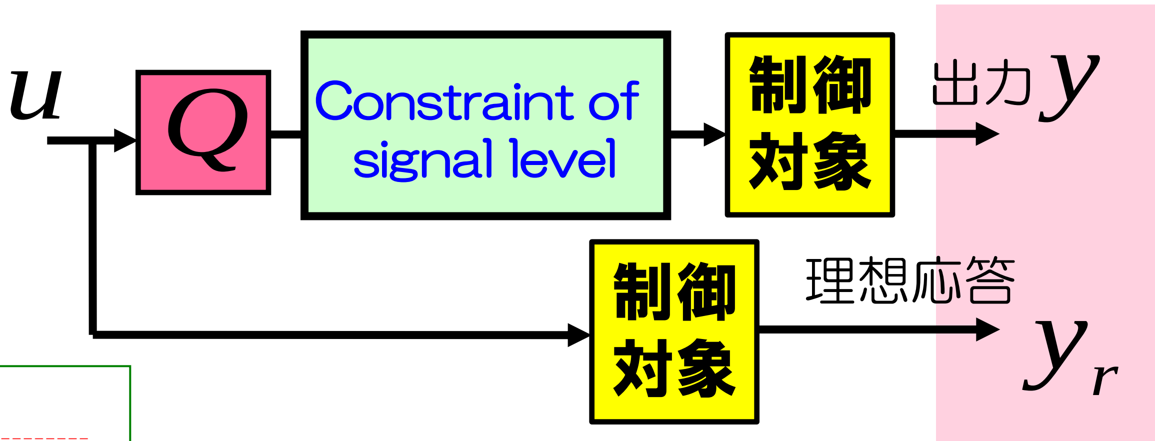
$$\left(\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & d \end{array}\right)=\left(\begin{array}{cc|c} 1.7236 & -0.7408 & 0.5 \\ 1.0000 & 0 & 0 \\ \hline -3.4000 & 1.4816 & * \end{array}\right)$$

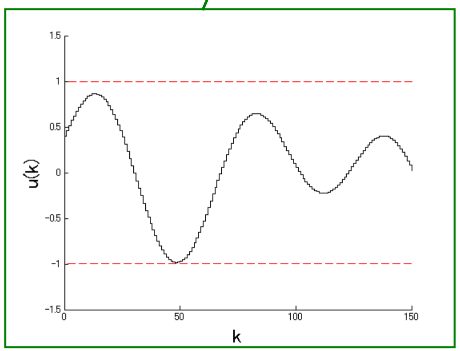
M=2となる幅無し

提案法：

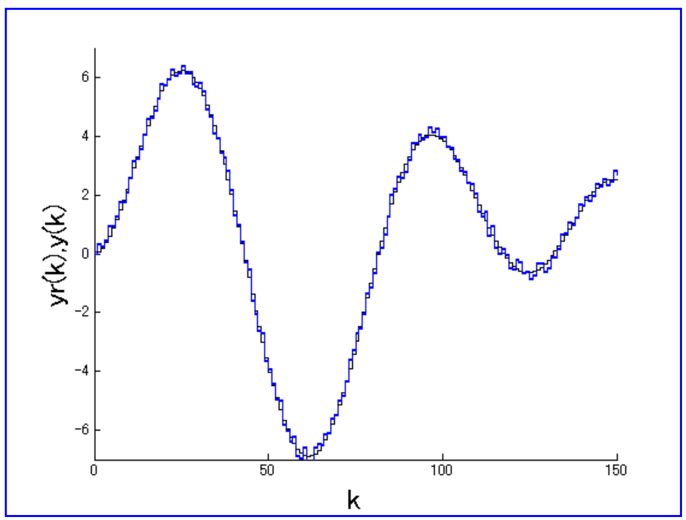
$$\left(\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & d \end{array}\right)=\left(\begin{array}{cc|c} 1.7245 & -0.7421 & 0.4998 \\ 1.0011 & -0.0016 & -0.0003 \\ \hline -2.0276 & 1.3998 & 3.3962 \end{array}\right)$$

数値例

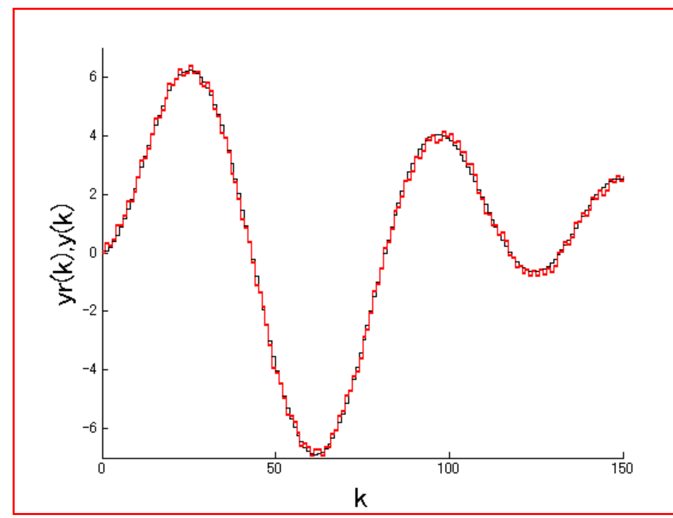




テスト信号

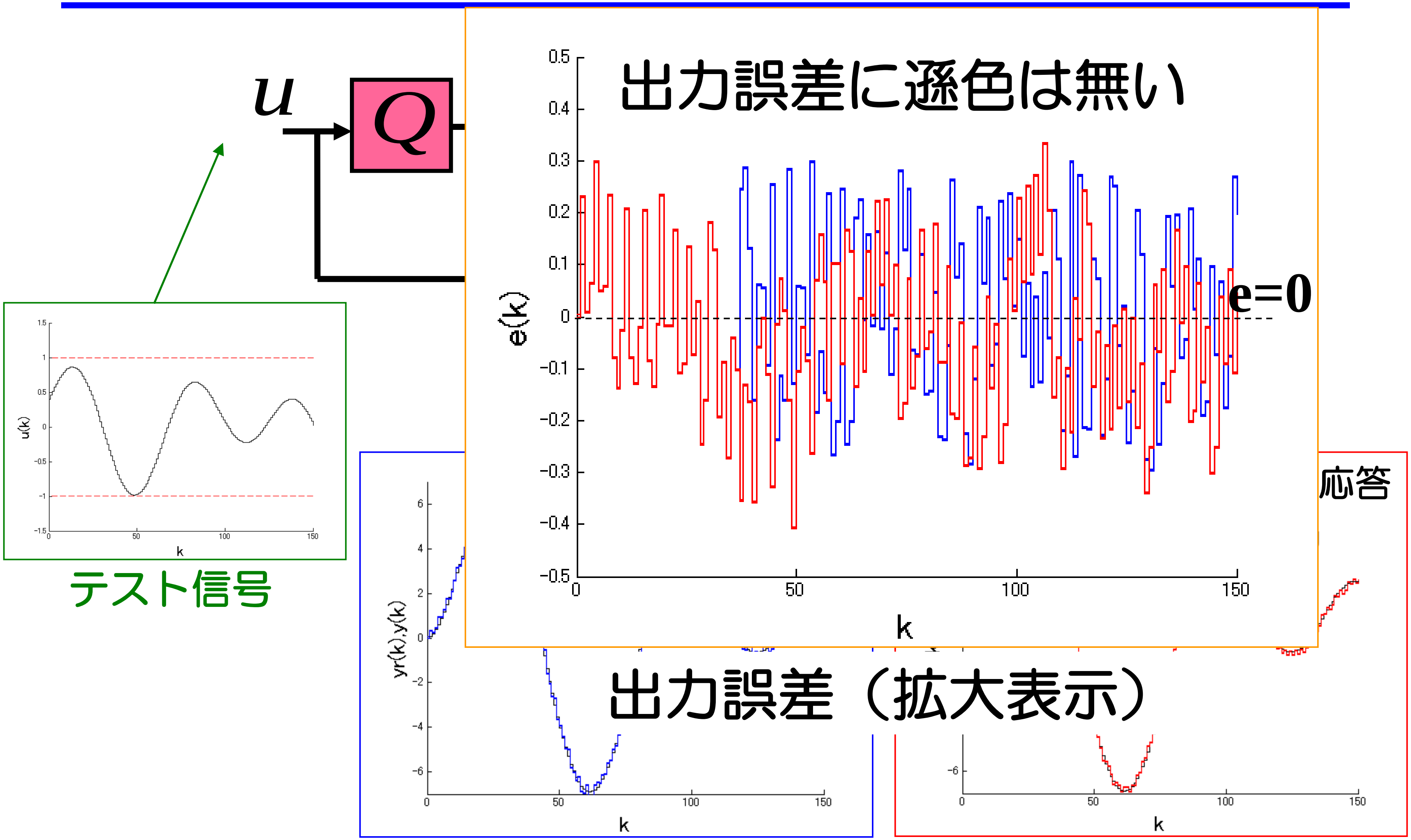


東らの手法



提案手法

数値例



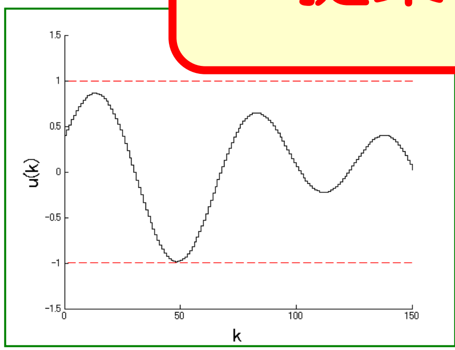
テスト信号

東らの手法

提案手法

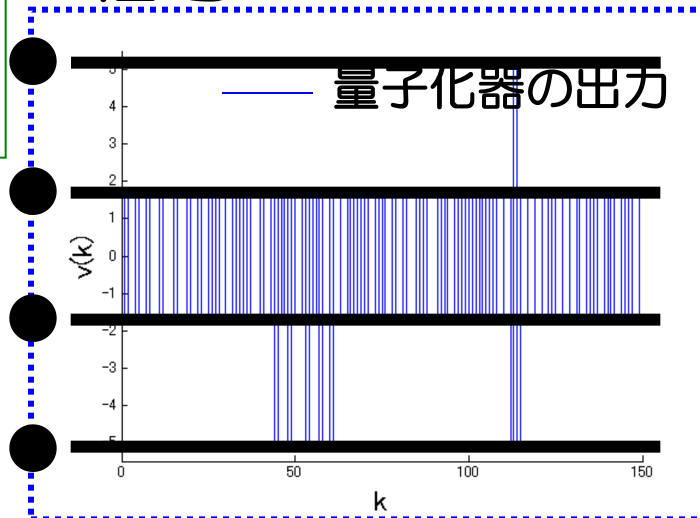
数値例

提案手法では通信制約を満足している



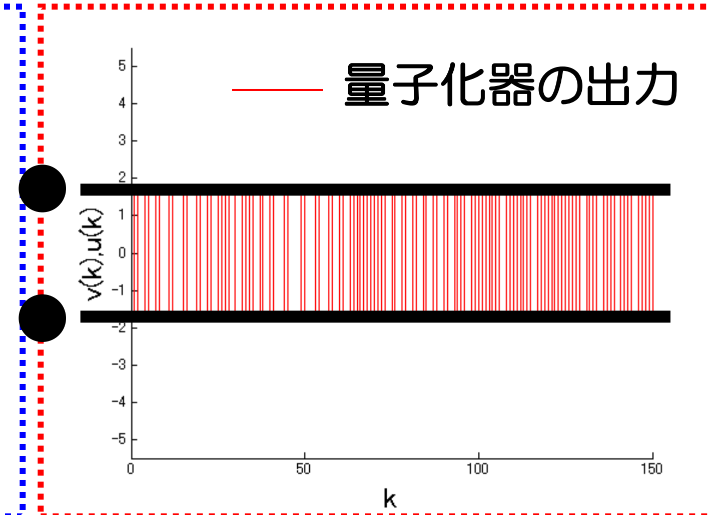
テスト信号

信号レベル＝4



東らの手法

信号レベル＝2



提案手法

まとめ

通信制約を陽に考慮した動的量子化器の統合設計

- フィルタ部と量子化部との**統合設計問題**の定式化
- イタレーションに基づく設計アルゴリズムの提案
- 数値例により**通信制約を考慮した設計の効果**を確認